

(装订线内不要答题)

复旦大学计算机科学技术学院

《集合与图论》期末考试试卷

A 卷 共 8 页 2013 年 1 月 16 日

课程代码：INF0120008.01-02 考试形式：闭卷

(本试卷答卷时间为 120 分钟，答案必须写在试卷上，做在草稿纸上无效)

专业_____学号_____姓名_____成绩_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

一、判断下列结论是否正确，并说明理由(每题 5 分，其中判断正误 1 分，说明理由 4 分，共 20 分)。

1. 割集一定是断集，断集不一定是割集。
2. 设 G_1, G_2 为平面图。若 $G_1 \cong G_2$ ，则 $G_1^* \cong G_2^*$ ，其中 G_1^*, G_2^* 分别为 G_1, G_2 的对偶。
3. 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $R = \{(1, 2)\}$ ，则 R 为 A 上的传递关系。

4. $(6, 6, 5, 4, 3, 3, 2, 2, 2, 1)$ 是一个简单图的度序列。

二、求带权为 $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$ 的最优 4 分树，并计算出它的权。 (10 分)

(装订线内不要答题)

三、证明：强连通的竞赛图一定是 Hamilton 图（12 分）。

（装订线内不要答题）

（装订线内不要答题）

四、现有 5 位教师 T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 要给 7 个班级 $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7$ 上课，教学任务如下表：

<div>班级 教师</div>	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
T_1	2	0	3	1	0	1	0
T_2	2	2	0	0	2	1	0
T_3	0	3	0	1	0	3	2
T_4	1	0	0	0	4	2	1
T_5	1	1	2	3	0	1	2

上表中 T_i 所在的行与 C_j 所在的列的交叉位置的数字表示教师 T_i 为班级 C_j 所上的课时数。现在教务员要上面的教学任务安排课程表，要求在同一课时里，一位教师只能给一个班级上课，同一个班级也只能有一位教师上课。为完成上述教学任务，至少要安排多少个课时？如果教务员只有 4 个教室可使用，那么为完成上述教学任务，至少要安排多少个课时？（12 分）。

五、复旦计算中心安排 5 名青年教师 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 值夜班，从周一到周五每个青年教师值一晚。其中 x_1 不安排在周一值班， x_2 不安排在周二值班， x_3 不安排在周三值班。问：共有多少种不同的安排值班方法？ (10 分)

六、由 0,1,2,3,4,5 组成的 n 位数中，要求 0 出现至多一次，1 出现奇数次，2 出现偶数次，3,4,5 出现的次数没有限制，求这样的 n 位共有多少个？ (10 分)

七、求可列个可列集的直积的阶。 (12 分)

(装订线内不要答题)

八、设 $N(V, E, c, s, t)$ 为一个网络, f 是它的一个可行流。试证明:

(1) 若 P 是 f 的可增路, 即 P 是 s 到 t 的路, 且 $l(P) > 0$, 其中 $l(P) = \min_{a \in P} \{l(a)\}$,

$l(a) = \begin{cases} c(a) - f(a), & \text{当 } a \text{ 是 } P \text{ 的同向弧} \\ f(a), & \text{当 } a \text{ 是 } P \text{ 的反向弧} \end{cases}$ 。现在网络 N 上定义新的流 f 如下:

$$f(a) = \begin{cases} f(a) + l(P), & \text{当 } a \text{ 是 } P \text{ 的同向弧,} \\ f(a) - l(P), & \text{当 } a \text{ 是 } P \text{ 的反向弧,} \\ f(a), & \text{其它.} \end{cases}$$

则 f 是一定是 N 的可行流, 且 $V_f = V_f + l(P)$ 。

(2) f 是 N 最大流当且仅当 N 没有 f 可增路。 (共 14 分, 每小题 7 分)