武汤清批 王启元

复旦大学

2023～2024 学年第一学期期中考试试卷

课程名称：大学物理 B（上） 课程代码： PHYS120013.05-14

开课院系

姓 名：

提示：请同学们秉持诚实守信宗旨，谨守考试纪律，摒弃考试作弊。学生如有违反学校考试纪律的行为，学校将按《复旦大学学生纪律处分条例》规定予以严肃处理。

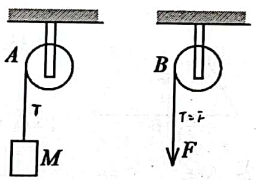
题 号	一	二	三（1）	三（2）	三（3）	三（4）	总 分
得 分	27	24	10	10	10	8	89

（$g=10\ m/s^2$; $c=3.0\times10^8 m/s$）

（装订线内不要答题）

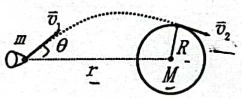
装 订 线

一、单选题（该大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）



1． 如右图所示，A、B 为两个相同的绕着轻绳的定滑轮，它们都可看作是质量均匀分布的圆盘。A 滑轮挂一质量为 M 的物体，B 滑轮受拉力 F，且 $F=Mg$。绕着 A、B 两滑轮上的轻绳中的张力分别为 T_A、T_B，不计滑轮轴的摩擦，则有[C]

A． $T_A=T_B$； B． $T_A>T_B$； C． $T_A<T_B$； D． 开始时 $T_A=T_B$，以后 $T_A<T_B$



2． 右图所示，一行星的质量为M，半径为R。今有一到行星的距离为r且相对行星静止的飞船，发射一速度为v_1，质量为m 的探测器，发射角为θ，使探测器恰好以速度v_2 掠着行星表面着陆，下列式子中，正确的有[D]

(1) $\frac{v_1^2}{r}=G\frac{mM}{r^2}$ (2) $\frac{1}{2}mv_1^2-G\frac{Mm}{r}=\frac{1}{2}mv_2^2-G\frac{Mm}{R}$

(3) $mv_1r=mv_2R$ (4) $mv_1r\sin\theta=mv_2R$

A． （1）（3）； B． （2）（3）； C． （1）（4）； D． （2）（4）

-3

3． 惯性系 S' 相对于惯性系 S 以速率 0.5c 沿 x 轴正方向匀速运动。惯性系 S 中的观察者观测到，一物体以速率 0.3c 匀速运动，则在惯性系 S' 中观察，该物体的速率不可能为 [A]

A． 0.2c； B． 0.3c； C． 0.4c； D． 0.5c

0.69c.

4． 有一匀质矩形薄板，在它静止时测得其长为 a 、宽为 b 、质量为 m_0 。由此可算出其质量面密度为 $\sigma_0=m_0/(ab)$ 。现在，该薄板沿其长边方向，以速度 $v=0.6c$ 作匀速直线运动，此时该矩形薄板的质量面密度变为 $\sigma=\alpha\sigma_0$，则 α 最接近下列数值中的哪一个？[D]（c 表示真空中光速）

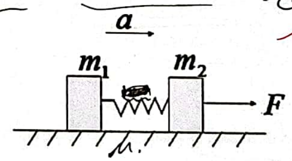
A． 0.8； B． 1.2； C． 1.6； D． 2.0

$\sqrt{1-\beta^2}=a8.$

$\frac{m}{a8}$

$a\cdot0.6\cdot.6$ $=\frac{1}{0.48}$

5． 如下图所示，两个质量分别为 m_1 和 m_2 的物体中间用一根轻质弹簧相连，置于摩擦系数为 μ 的桌面上，系统在一水平拉力作用下做加速度为 a 的匀加速直线运动，如果突然撤去外力，则刚撤去外力时两个物体的加速度分别为 [C]



A． $a_1=a,a_2=0$； B． $a_1=0,a_2=-\frac{\mu(m_1+m_2)g+m_1a}{m_2}$

C． $a_1=a,a_2=-\frac{\mu(m_1+m_2)g+m_1a}{m_2}$； D． $a_1=0,a_2=0$

6． 一个质点作圆周运动，其角坐标 $\theta=\frac{\omega_0}{k}(1-e^{-kt})$，$\omega_0$、$k$ 为正常量，则其角速度 ω 与角加速度 α 之间的关系是 [B]

A． $\alpha=-k\omega_0$； B． $\alpha=-k\omega$

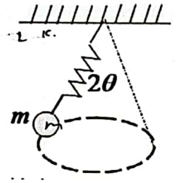
C． $\alpha=\frac{\omega_0}{k}\omega$； D． $\alpha=\frac{\omega_0}{k}(1-k\omega)$

$\omega=+\frac{\omega_0}{k}\cdot k\,e^{-kt}$

$=\omega_0 e^{-kt}$

$\alpha=-k\omega_0 e^{-kt}$

7. 如右图所示，一质量为 m 的小球被原长为 L 、劲度系数为 k 的弹簧拴住，绕着弹簧另一端做圆锥摆运动，圆锥顶角为 2θ，则小球的角速度为 [A]



A. $\sqrt{\frac{kg}{kL\cos\theta+mg}}$;　　B. $\sqrt{\frac{kg}{kL\sin\theta+mg\cos\theta}}$;

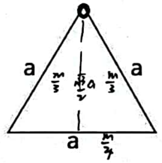
C. $\sqrt{\frac{kg\sin\theta}{kL\cos\theta+mg\sin\theta}}$;　　D. $\sqrt{\frac{kg\cos\theta}{kL\cos\theta+mg}}$

8. 一质量为 2kg 的物体上的合力 $F=t+2$（SI）的作用下，由静止开始沿直线运动，在 0 到 5.0s 的时间间隔内，这个力作用在物体上的冲量大小以及物体的速度分别为 [A]　$a=\frac{t}{2}+1$

A. 22.5kg·m/s, 11.25m/s;　　B. 12.5kg·m/s, 6.25m/s

C. 25kg·m/s, 12.5m/s;　　D. 35kg·m/s, 17.5m/s

9. 如右图所示，一个质量分布均匀的等边三角形，其总质量为m、边长为a，该三角形相对于通过其一个顶点且与其所在平面垂直的轴的转动惯量为 [A]

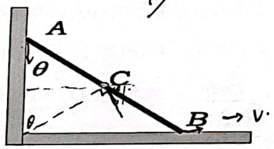


A. $ma^2/2$;　B. ma^2;　C. $5ma^2/12$;

D. $\frac{ma^2}{3}$;　E. $ma^2/12$

$\frac{2}{9}+\frac{1}{36}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$

10. 长为 l 的细棒，在竖直平面内沿墙角下滑，下端沿水平方向以滑动速度 v 远离墙壁。当棒在如下图位置时，棒中心点 C 的速度为 [D]



A. 大小为 $v/2$，方向与 B 端运动方向相同　×

B. 大小为 $v/2$，方向与 A 端运动方向相同　×

C. 大小为 $v/2$，方向沿棒身方向　×

D. 大小为 $v/(2\cos\theta)$，方向与水平方向成 θ

二、填空题（该大题共 10 小题，每小题 3 分。）

1. 一个质量 $m=3\text{kg}$ 的物体在两个恒定分力的作用下，沿着 x 轴正方向作直线运动。在 2s 内其速度从零均匀增大为 10m/s，如果一个分力为$\vec{F}=4\vec{i}+8\vec{j}+3t\vec{k}$（$t$ 为时间），则另一个分力为（ $\vec{F}'=11\vec{i}-8\vec{j}-3t\vec{k}$ ）

2. 一个质量为 m 的小球，从高度为 H 的地方自由落下，与水平地面碰撞后向上弹起，高度为 h，碰撞时间为 t，不考虑空气阻力，则在碰撞过程中地面对小球的平均作用力是（ $mg+\frac{m(\sqrt{2gH}+\sqrt{2gh})}{t}$ ）

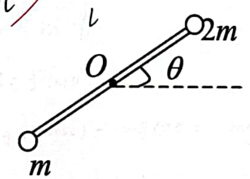
3. 假设地球质量为 M，半径为 R，万有引力常量为 G，则地球上方同步卫星的高度是（ $\frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{GM}{R}}-R$ 即 $\frac{2\pi}{2\pi}\sqrt{\frac{GM}{R}}-R$ （其中T为地球自转周期））

4. 一质点沿半径为 R 的圆周运动，已知初速度大小为 v_0，若加速度$\vec{a}$与速度$\vec{v}$的方向的夹角 $\theta(\pi/2<\theta<\pi)$ 保持不变，则质点速率与时间的变化关系为（ $v_0-\frac{2\cos\theta\, v_0 t-\sin\theta R-\sqrt{R^2\sin^2\theta-4\sin\theta\cos\theta\, v_0 t R}}{2\cos\theta\, t}$ ）

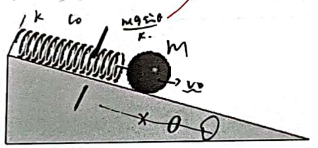
5. 要使电子的速度从 v_1=0.4c 增加到 v_2=0.8c，对它做的功为（ 4.7×10^{-14} J ）(电子静止质量 m_e=9.11×10^{-31} kg)

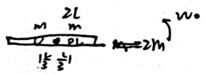
6. 一列高速火车以速度v 驶过车站时，固定在站台上的两只机械手在车厢上同时划出两个痕迹（两痕迹的连线平行于地面），静止在站台上的观察者同时测出两痕迹之间的距离为l，则车厢上的观察者应测出这两个痕迹之间的距离为（ $\frac{l}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$ ）。

7．如下图所示，一质量不计、长为 l 的直杆，两端分别固定着质量为 $2m$ 和 m 的小球，杆可绕通过其中心 O 且与杆垂直的水平光滑固定轴在竖直平面内转动。开始杆与水平方向成角度 θ，且处于静止状态，如图所示。释放后，杆绕过 O 点水平轴转动，当杆转到水平位置时，该系统所受到的合外力矩的大小 $M=$（ $\frac{mgl}{2}$ ）此时该系统角加速度的大小 $\alpha=$（ $\frac{2g}{3l}$ ） $\frac{3}{4}ml^2$.



8．如下图所示，在与水平面成 θ 角的光滑斜面上放一质量为 m 的物体，此物体系于一劲度系数为 k 的轻弹簧的一端，弹簧的另一端固定，如图所示。设物体最初静止，今使物体获得一沿斜面向下的速度，大小为 v_0，则物体在弹簧的伸长（相对于原长）达到 x 时的动能为（ $\frac{1}{2}mv_0^2+mgx\sin\theta-\frac{m^2g^2\sin^2\theta}{2k}-\frac{1}{2}kx^2$ ）





9．一根长为 $2l$、质量为 M 的均匀细杆，可以绕过中点的固定轴在水平面内自由转动，在离中心 $l/3$ 处各套有两个质量均为 m 的小珠子。开始时杆的转动角速度为 ω_0，而两小珠相对杆静止，当释放小珠后，小珠将沿杆无摩擦地向两端滑动。若 $M=2m$，则当小珠滑至杆端时，小珠相对杆的速度为 $v=$（ $\frac{2\sqrt{6}}{9}$ ） $\omega_0 l$。

$J_0=\frac{8}{9}ml^2$

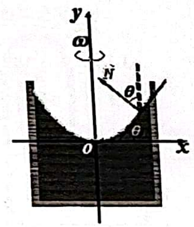
$J=\frac{8}{3}ml^2$

$w=\frac{w_0}{3}$

10．已知沿 x 轴方向运动的物体，其加速度为 $a=-kx$（k 为常数），且 $x=0$ 时 $v=v_0$，则其速度与坐标的变化关系为（ $v=\sqrt{v_0^2-kx_0^2}$ ）

三、计算题（该大题共 4 小题，每小题 10 分。）

1．如下图所示，圆柱形容器内装有一定量的某种液体，它们一起以角速度 ω 绕容器的竖直中心轴匀速转动，试问稳定旋转时液面的形状如何？



对表面任意一点：Δm.

~~$\Delta mg\cos\theta$~~ $\Delta mg\tan\theta=\Delta m\cdot a$

$=\Delta m\cdot w^2\cdot R.$

$\therefore R=\frac{g\tan\theta}{w^2}$

即 $x=\frac{g\tan\theta}{w^2}$ ，$\tan\theta=\frac{xw^2}{g}$

设液面形状：$f(x)$. 在 x_0 处 $k=f'(x_0)=\tan\theta$

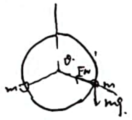
$\therefore f'(x)=\frac{xw^2}{g}$

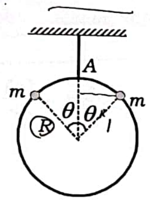
$\therefore f(x)=\int f'(x)dx=\frac{x^2w^2}{2g}+C$ 而 $x=0, f(x)=0$

$\therefore C=0.$

$\therefore y=\frac{w^2}{2g}x^2$ 形状为抛物线（二次函数）.

2. 如下图所示，轻质光滑大圆环，环半径为 R，两个质量为 m 的小环从顶端 A 处滑下，问滑动到何处，即 θ 为何值时大圆环会上升？





$$\begin{cases} F_N - mg\cos(\pi-\theta) = m\cdot\frac{v^2}{R} \\ mgR(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}mv^2 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ 解得 $F_N = 2mg(1-\cos\theta) - mg\cos\theta = mg(2-3\cos\theta)$

大圆环受力：$2F_N\cdot\cos(\pi-\theta) > 0$

即 $(2-3\cos\theta)\cdot\cos\theta < 0$

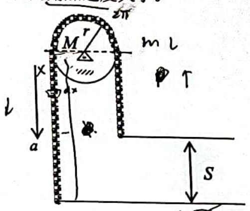
$\therefore$ ~~$\theta = \cos\theta = \frac{2}{3}$~~　$\cos\theta < 0$ 或 $\cos\theta > \frac{2}{3}$，临界 $\cos\theta = \frac{2}{3}$

$\theta = \arccos\frac{2}{3}$ 或 $\frac{\pi}{2}$(舍)

[redacted] 时大圆环会上升

$\therefore \boxed{\theta = \arccos\frac{2}{3}}$

3. 质量 M、半径 r 的匀质飞轮（可视作均质圆盘），绕通过飞轮中心、且与飞轮垂直的固定光滑水平轴转动，绕过飞轮的边缘挂有质量 m，长为 l 的匀质柔软铁链（如下图）。设铁链与飞轮无相对滑动，求飞轮两侧链长之差为 S 时，飞轮的角加速度大小。



线密度 $\lambda = \frac{m}{l}$

力矩 $M = S\lambda\cdot g\cdot r = \frac{Smgr}{l}$

$M = J\cdot\alpha$

而 ~~$J = \frac{1}{2}Mr^2 + \frac{1}{2}Mr^2$~~

$\therefore \alpha = \frac{M}{J} = \frac{\frac{Smgr}{l}}{\frac{1}{2}Mr^2 + mr^2} = \frac{2Smgr}{l(Mr^2+2mr^2)}$

$J = \frac{1}{2}Mr^2 + J_{链}$　而 $J_{链} = \frac{m}{l}\cdot\pi r\cdot r^2 + \int_0^{\frac{l-\pi r+S}{2}} \lambda x^2\,dx + \int_0^{\frac{l-\pi r-S}{2}} \lambda x^2\,dx$

$= \frac{m\pi r^3}{l} + \frac{1}{3}\lambda\left[\left(\frac{l-\pi r+S}{2}\right)^3 + \left(\frac{l-\pi r-S}{2}\right)^3\right]$

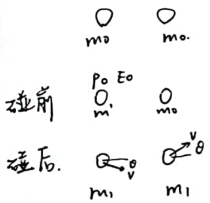
$\therefore \alpha = \frac{\frac{Smgr}{l}}{\frac{1}{2}Mr^2 + \frac{m\pi r^3}{l} + \frac{m}{6l}\left[(l-\pi r+S)^3 + (l-\pi r-S)^3\right]}$

$= \frac{Smgr}{\frac{1}{2}Mr^2 l + m\pi r^3 + \frac{m}{6}\left[(l-\pi r+S)^3 + (l-\pi r-S)^3\right]}$

~~故 $\alpha = \frac{2Smgr}{l(Mr^2+2mr^2)}$~~

4. 两个静止质量都为m_0 的质点发生碰撞。碰撞前，一个质点具有能量E_0，另一个质点静止；碰撞后，两质点具有相同的能量，并具有数值相同的偏角θ 。已知m_0 和E_0，求$\sin\theta$ 。

认为能量为总能量 $E_0 = m'c^2$



$$p_0^2c^2 = (\cancel{m'c^2})^2 - (m_0c^2)^2 \Rightarrow p_0 = \sqrt{\frac{E_0^2}{c^2} - m_0^2c^2}$$

$\cancel{m'c^2}$ 改为 E_0^2

$$= E_0^2 - m_0^2c^4$$

设碰后质量m_1，速度v_1（两物体碰后速度大小相等）

$$\begin{cases} 2m_1c^2 = E_0 + m_0c^2 & \text{——能量守恒} \\ p_0 = 2m_1v_1\cos\theta & \text{——动量守恒} \end{cases}$$

而 $m_1 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}}$

∴解得 $m_1 = \frac{E_0 + m_0c^2}{2c^2} = \frac{E_0}{2c^2} + \frac{m_0}{2}$

碰后动量（每个质点） $p^2c^2 = \left(\frac{E_0+m_0c^2}{2c^2}\cdot c^2\right)^2 - (m_0c^2)^2$

$$= \frac{1}{4}E_0^2 + E_0m_0c^2 - \frac{3}{4}m_0^2c^4$$

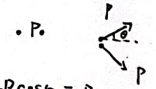
$$\therefore p = \sqrt{\frac{E_0^2}{4c^2} + E_0m_0 - \frac{3}{4}m_0^2c^2}$$

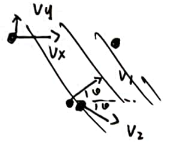
$p_0 = 2p\cdot\cos\theta$ $\quad\therefore \cos\theta = \frac{p_0}{2p} = \frac{\sqrt{\frac{E_0^2}{c^2} - m_0^2c^2}}{\sqrt{\frac{E_0^2}{c^2} + 4E_0m_0 - 3m_0^2c^2}}$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ $\quad\therefore \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1 - \frac{\frac{E_0^2}{c^2} - m_0^2c^2}{\frac{E_0^2}{c^2} + 4E_0m_0 - 3m_0^2c^2} = \frac{4E_0m_0 - 2m_0^2c^2}{\frac{E_0^2}{c^2} + 4E_0m_0 - 3m_0^2c^2} = \frac{c^2(4E_0m - 2m_0^2c^2)}{E_0^2 + 4E_0mc^2 - 3m_0^2c^4}$

$$\therefore \sin\theta = \sqrt{\frac{c^2(4E_0m - 2m_0^2c^2)}{E_0^2 + 4E_0mc^2 - 3m_0^2c^4}}$$

4. 两个静止质量都为m_0的质点发生碰撞。碰撞前，一个质点具有能量E_0，另一个质点静止；碰撞后，两质点具有相同的能量，并具有数值相同的偏角θ。已知m_0和E_0，求$\sin\theta$。





$$\begin{cases} 2p\cos\theta = p_0 \\ (p_0c)^2+(m_0c^2)^2=E_0^2 \\ (pc)^2+(m_0c^2)^2=\left(\frac{E_0+m_0c^2}{2}\right)^2 \end{cases}$$

$\therefore (pc)^2=\frac{E_0^2+2m_0c^2E_0-3m_0^2c^4}{4}$

$\therefore 4\cos^2\theta\cdot\frac{E_0^2+2m_0E_0c^2-3m_0^2c^4}{4}+m_0c^4=E_0^2$

~~$\therefore E_0^2\cos^2\theta+2m_0c^2E_0\cos$~~

$\therefore \cos^2\theta\,(E_0^2+2m_0c^2E_0-3m_0^2c^4)=E_0^2-m_0c^4$

$\therefore \cos^2\theta=\frac{E_0+m_0c^2}{E_0+3m_0c^2}$ $\therefore \sin^2\theta=\frac{2m_0c^2}{E_0+3m_0c^2}$

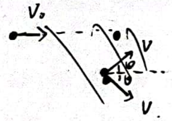
$\therefore \sin\theta=\sqrt{\frac{2m_0c^2}{E_0+3m_0c^2}}$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}m_0(V_x^2+V_y^2)=E_0 \\ m_0(v_1-v_2)\sin\theta=m_0V_y \\ m_0(v_1+v_2)\cos\theta=m_0V_x \\ v_1=v_2=v \end{cases}$$

~~$\therefore$ ①②+③×③得：~~

~~$\therefore (m_0\sin\theta)^2+(m_0\cos\theta)^2=\left(\frac{m_0V_y}{v_1-v_2}\right)^2+\left(\frac{m_0V_x}{v_1+v_2}\right)^2$~~

~~$\therefore 1=\frac{m_0^2V_y^2}{(v_1-v_2)^2}+\frac{m_0^2V_x^2}{(v_1+v_2)^2}$~~



~~$\frac{1}{2}m_0v_0^2=E_0$~~

~~$2m_0v\cos\theta=m_0v_0$~~

~~$\therefore v=\frac{v_0}{2\cos\theta}$~~

~~$\therefore v^2$~~

$E_k=\frac{p^2}{2m_0}$

~~$\frac{p^2}{m_0}+2m_0c^2=E_0+m_0c^2$~~

~~$(m_0c^2)^2+(2p\cos\theta)^2c^2=E_0^2$~~

~~$\therefore p^2=m_0(E_0-m_0c^2)$~~

~~$\cos^2\theta=\frac{E_0^2-m_0^2c^4}{4p^2c^2}=\frac{E_0^2-m_0^2c^4}{4E_0^2-4m_0^2c^4}$~~

~~$\therefore \sin^2\theta=\frac{}{E_0^2-4m_0c^4}$~~

~~$\cos^2\theta=\frac{E_0^2-m_0^2c^4}{4c^2p^2}$~~

~~$\therefore \cos^2\theta=\frac{E_0^2-m_0^2c^4}{4m_0c^2(E_0-2m_0c^2)}$~~

~~$\therefore \cos^2\theta=\frac{E_0^2-m_0^2c^4}{4m_0c^2(E_0-m_0c^2)}$~~

~~$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=\frac{4m_0c^2E_0-7m_0^2c^4-E_0^2}{4m_0c^2(E_0-2m_0c^2)}$~~

~~$\therefore \cos\theta=\frac{E_0+m_0c^2}{4m_0c^2}$~~

~~$\therefore \sin\theta=\sqrt{\frac{-E_0^2+4m_0c^2E_0-7m_0^2c^4}{4m_0c^2(E_0-2m_0c^2)}}$~~

~~$\left(\frac{E_0}{2}\right)^2=(m_0c^2)^2+p^2c^2$~~

~~$\therefore p^2=\frac{\frac{E_0^2}{4}-m_0^2c^4}{c^2}$~~

~~$\therefore \sin^2\theta=\frac{3m_0c^2-E_0}{4m_0c^2}$~~

~~$\therefore \sin\theta=\sqrt{\frac{3m_0c^2-E_0}{4m_0c^2}}$~~

~~$\therefore \sin\theta=\sqrt{\frac{4m_0c^2E_0-E_0^2-7m_0^2c^4}{4m_0c^2(E_0-2m_0c^2)}}$~~

选 4. C. $\frac{\frac{M}{0.8}}{a\cdot 0.8\cdot b} \Rightarrow \frac{1}{0.64} \approx 1.6$

填 3. $(R+h) = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$

$h = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} - R$

sb 错误

4. ~~D~~. a是未知量!

$\begin{cases} v = v_0 \pm a\cos\theta \cdot t \\ \frac{v^2}{R} = a\sin\theta \end{cases}$ 负的 要积分的, a变, 不能直接代入.

正解 $\begin{cases}\frac{d|v|}{dt} = a\cos\theta \\ \frac{|v|^2}{R} = a\sin\theta\end{cases} \xRightarrow{\text{消}a} \frac{v^2}{R\tan\theta} = \frac{dv}{dt}$

$\int_0^t \frac{dt}{R\tan\theta} = \int_{v_0}^{v}\frac{1}{v^2}\,dv$

$\frac{t}{R\tan\theta} = \cancel{\frac{1}{v^2}-\frac{1}{v_0^2}}\quad \frac{1}{v_0}-\frac{1}{v}$

$\frac{1}{v^2} = \frac{1}{v_0^2} + \frac{t}{R\tan\theta} = \frac{R\tan\theta + v_0^2 t}{v_0^2 R\tan\theta}$

$v = \sqrt{\frac{v_0^2 R\tan\theta}{R\tan\theta + v_0^2 t}}$

$\frac{vR\tan\theta}{R\tan\theta + vt}$

$\frac{1}{v} = \frac{1}{v_0} - \frac{t}{R\tan\theta} = \frac{R\tan\theta - v_0 t}{v_0 R\tan\theta}$

$v = \boxed{\frac{v_0 R\tan\theta}{R\tan\theta - v_0 t}}$

大题 4